

**I. EXPRESION NUMÉRICA DE LAS CARACTERÍSTICAS DE LOS GRUPOS****1. Medidas de tendencia central: media, mediana y moda****Problema 1:**

Calcular la media aritmética ( $\xi$ ), la mediana (Md) y la moda (Mo) de las calificaciones de un grupo de 10 sujetos en Lengua Española.

$X_i$ : 4, 4, 5, 5, 5, 6, 6, 7, 8, 9

$\xi$  =

Md =

Mo =

**Problema 2:**

En una prueba de Aritmética aplicada al grupo A se han obtenido las siguientes puntuaciones:

**Grupo A:**

13	15	17	19	23	23	24	25	26	27	27	28
28	28	29	30	31	32	33	34	35	37	39	39
42	45										

$$AT = A_s - A_i + 1$$

1. Agrupar los datos en intervalos de amplitud 7.	2. Organizar los datos formando 7 intervalos.

**Problema 3:**

Utilizando los datos agrupados en intervalos de amplitud 7 del problema 2, calcular la media aritmética ( $\bar{x}$ ) y la mediana ( $M_d$ )

Intervalo	$f_i$	$x''$	$f_i \cdot x''$	$f_a$
$\Sigma =$				

**2. Medidas de variabilidad: amplitud total, desviación media, error probable, desviación típica y varianza.**

**Problema 4:**

Calcular la amplitud total (AT), la desviación típica ( $s$ ) y la varianza ( $s^2$ ) del grupo B. (N=10)

B	x	$x^2$
4		
4		
5		
5		
5		
6		
6		
7		
8		
9		
$\Sigma =$		

(x = Desviaciones de la media)

**Problema 5:**

Utilizando los datos agrupados en intervalos de amplitud 7 del problema 2, calcular la desviación típica ( $s$ ) y la varianza ( $s^2$ )

Intervalo	$f_i$	$x''$	$x'' \cdot f_i$	$x''^2 \cdot f_i$
$\Sigma =$				

1. Cálculo de la desviación típica con datos agrupados en intervalos.

2. Cálculo de la varianza

**Problema 6:**

Un profesor de Ciencias Naturales aplica una prueba objetiva y obtiene los siguientes datos:

6	7	8	9	9	10	11	12	13	14	14	15
17	18	18	18	19	19	19	19	20	20	21	22
24	24	25	26								

Agrupar los datos en intervalos de amplitud 5 y obtener los datos necesarios para calcular la media aritmética, mediana, desviación típica y varianza.

Intervalo	$f_i$	$x''$	$x'' \cdot f_i$	$x''^2 \cdot f_i$	$f_a$

Media aritmética ( $\xi$ )	Mediana (Md)
Desviación típica (s)	Varianza (s <sup>2</sup> )

--	--

**Problema 7:**

Aplicada una prueba a dos grupos de sujetos, correspondientes a colegios distintos, hemos obtenido los resultados agrupados en intervalos que aparecen en las siguientes tablas. Obtener los datos necesarios para realizar las actividades que se plantean más adelante.

**Grupo A**

Intervalo	$f_i$	$x''$	$x'' \cdot f_i$	$x''^2 \cdot f_i$	$f_a$
5 - 7	4				
8 -10	7				
11 - 13	26				
14 - 16	41				
17 - 19	14				
20 - 22	8				
$\Sigma =$	100				

**Grupo B**

Intervalo	$f_i$	$x''$	$x'' \cdot f_i$	$x''^2 \cdot f_i$	$f_a$
5 - 7	12				
8 -10	16				
11 - 13	35				
14 - 16	20				
17 - 19	12				
20 - 22	5				
$\Sigma =$	100				

*Continúa* →

**Cuestiones:**

<b>Grupo A</b>	<b>Grupo B</b>
<b>1. Calcular la media aritmética (<math>\xi_A</math>)</b>	<b>2. Calcular la media aritmética (<math>\xi_B</math>)</b>
¿Qué grupo obtiene el promedio más alto?	
<b>2. Calcular la mediana (<math>Md_A</math>)</b>	<b>4. Calcular la mediana (<math>Md_B</math>)</b>
<b>5. Calcular la desviación típica (<math>s_A</math>)</b>	<b>6. Calcular la desviación típica (<math>s_B</math>)</b>

**Problema-Repaso 13:**

Se aplicó una prueba de conocimientos en Ciencias Sociales y se obtuvieron las siguientes puntuaciones:

42	41	38	38	37	36	33	33	32	31	31	30
30	30	29	29	29	28	28	27	27	26	26	26
25	25	25	24	24	24	23	21	20	20	20	19
18	16										

**Cuestiones:**

1. Agrupar los datos en intervalos de amplitud 5 y obtener los datos necesarios para realizar los cálculos que se le piden en las siguientes cuestiones.	
2. Representar gráficamente el grupo mediante un histograma.	
3. Calcular la media del grupo.	4. Hallar la mediana.
5. Calcular la desviación típica.	
7. Calcular la asimetría de la distribución del grupo (Optativo)	

### III. PUNTUACIONES INDIVIDUALES

#### 1. Puntuaciones directas, diferenciales y típicas

##### Problema 14:

Calcular las puntuaciones diferenciales y típicas de las siguientes puntuaciones directas obtenidas por un sujeto en diferentes pruebas:

Asignaturas	Puntuación directa $X_i$	Media Aritmética $\bar{X}$	Desviación típica (s)	Puntuación diferencial x	Puntuación típica z
Matemáticas	30	28	3		
Lenguaje	23	15	4		
Sociales	14	18	2		

¿En qué prueba se sitúa mejor el sujeto? \_\_\_\_\_

##### Problema 15:

Un profesor desea saber en qué prueba se sitúa mejor cada uno de los alumnos de su clase. Para ello elabora tres pruebas objetivas correspondientes a las asignaturas de Ciencias Sociales, Ciencias Naturales y Matemáticas. Averiguar en qué asignatura se sitúa mejor el alumno nº 5. *(Para cada asignatura utiliza diferentes unidades de medida).*

Nº	Social (X)	Natural (Y)	Matem. (Z)	Para calcular s dividir entre $n - 1$ .
1	6	3	5	
2	7	3	5	
3	9	4	8	
4	12	4	9	
5	11	5	10	
6	15	6	11	
7	10	5	9	
8	12	6	9	
9	7	4	6	
10	8	4	6	
11	9	3	3	
12	12	6	7	
$\Sigma X$	<b>118</b>	<b>53</b>	<b>88</b>	
$\Sigma X^2$	<b>1238</b>	<b>249</b>	<b>708</b>	



## 2. Puntuaciones cuantiles: cuartiles, deciles y centiles

### Problema 16:

Aplicada una prueba de Ciencias a un grupo de sujetos de un Centro A, se obtienen los resultados que aparecen en la siguiente distribución de frecuencias:

Intervalos	fi	fa
5 – 7	4	
8 – 10	7	
11 – 13	26	
14 – 16	41	
17 – 19	14	
20 – 22	8	

$$N = 100$$

### Cuestiones:

1. Hallar el Cuartil 2.
2. Hallar el Decil 8.
3. Calcular el Centil 20 y 60.

### Procedimiento de cálculo:

1. Calcular la columna frecuencias acumuladas ( $f_a$ ).
2. Determinar el lugar que ocupa en la serie ordenada:  $(Q_m \cdot n/4)$ ,  $(C_m \cdot n/100)$ ,...
3. Aplicar la fórmula.

<b>Cuartil 2 (<math>Q_2</math>)</b>	<b>Decil 8 (<math>D_8</math>)</b>
<b>Centil 20 (<math>C_{20}</math>)</b>	<b>Centil 60 (<math>C_{60}</math>)</b>

**Problema-Repaso 17:**


En una prueba de conocimientos teóricos sobre Pedagogía Diferencial se obtuvieron las siguientes puntuaciones:

33	32	30	29	29	27	27	26	26	24	24	23
22	22	22	21	21	21	21	19	19	18	18	18
18	17	17	17	17	17	16	16	16	15	14	14
13	13	12	11	11	10	10	9	9	8	7	6
3	1	1									

**Cuestiones:**

1. Agrupar los datos en intervalos de amplitud 5.	
2. Calcular la media del grupo.	3. Hallar la mediana.
4. Calcular la desviación típica.	5. Averiguar el coeficiente de variación.
6. Calcular la puntuación típica del sujeto que obtiene 23 puntos en la prueba.	7. Hallar el valor del cuartil 1.

Continúa →

8. Calcular el valor del centil 10 ( $C_{10}$ ).	9. Calcular el valor del centil 90 ( $C_{90}$ )
10. Representar los datos mediante un polígono de frecuencias.  	
11. Con los datos disponibles, calcular la <b>asimetría</b> y la <b>curtosis</b> de la distribución. (Optativo)	
Asimetría (As)	Curtosis (Cu)

--	--

#### IV. RELACIÓN ENTRE DOS VARIABLES: COEFICIENTES DE CORRELACION

##### 1. Coeficiente de correlación de Pearson ( $r_{xy}$ )

Medida a nivel de intervalo y variables cuantitativas continuas.

##### Problema 18:

Los resultados obtenidos por 12 alumnos en dos tests distintos, uno de vocabulario (X) y otro de conocimientos generales (Y), han sido las siguientes:

X	Y
5	8
3	6
7	8
4	5
8	9
2	6
10	8
6	5
8	10
7	7
9	8
10	10
$\Sigma X = 79$	$\Sigma Y = 90$
$\Sigma X^2 = 597$	$\Sigma Y^2 = 708$
$\Sigma X \cdot Y = 629$	

##### Cuestiones:

1. ¿Qué nivel de medida se utiliza?
2. Calcular el coeficiente de correlación.
3. Interprete el coeficiente obtenido.

##### Problema 19:

Calcular el grado de relación entre inteligencia general y calificaciones académicas en la asignatura de Matemáticas. Los resultados globales de la muestra seleccionada fueron los siguientes (*datos en puntuaciones diferenciales*):

$$\sum x^2$$

$$\sum x \cdot y = 341$$

INTELIGENCIA	2229
CALIFICACIONES	60

## 2. Coeficiente de correlación de Spearman ( $r_s$ ):

Nivel de medida ordinal

### Problema 20:

Se pretende comprobar el grado de relación entre el comportamiento de un alumno en clase ( C ) y el grado de interés por la asignatura ( I ), evaluados mediante una escala observacional (0-40) establecida por el investigador.

C	I	R <sub>c</sub>	R <sub>i</sub>	D	D <sup>2</sup>
40	35				
35	34				
28	29				
15	12				
20	17				
37	38				
32	36				
10	15				
25	25				
20	20				
$\Sigma =$					

### Problema 21:

Calcular el coeficiente de correlación entre el nivel de aprendizaje de los alumnos (A) y el grado de satisfacción (B) obtenido en la asignatura. Ambas variables medidas a través de una escala observacional (0 - 50) elaborada por el investigador.

A	B				
15	25				
18	20				
19	17				
23	36				
25	39				
27	38				
30	37				

N = 15

35	36					
39	41					
42	50					
45	48					
47	47					
48	50					
48	49					
49	49					
$\Sigma$						

### 3. Coeficiente de Contingencia ( C ) :

Nivel de medida nominal.

#### Problema 22:

Calcular e interpretar el grado de asociación entre el NIVEL ESCOLAR: Ciclo 1, Ciclo 2 y el NIVEL DE ADAPTACION AL GRUPO (A= Adaptado, PA= Poco Adaptado, IA= Inadaptado) en un Centro de Educación de Primaria..

	A	PA	IA	
CICLO 1	20	30	40	
CICLO 2	40	30	20	

#### Procedimiento de cálculo de "Ji - cuadrado" ( $\chi^2$ )

1. Averiguar suma de frecuencias filas ( $f_r$ ) y frecuencias de columnas ( $f_c$ ).
2. Determinar para cada casilla la frecuencia esperada ( $f_e = f_r \cdot f_c / f_t$ ) y escribirlo en cada casilla entre paréntesis. ( $f_t$  = frecuencia total)
3. Para cada casilla, obtener el valor  $(f_o - f_e)^2 / f_e$  y sumarlos. ( $f_o$  = frecuencia observada)
4. Aplicar la fórmula ( C ).

**Problema 23:**

Calcular el grado de asociación (relación) entre el nivel académico de los padres y calificaciones escolares de los hijos en una muestra de 400 sujetos distribuidos en la siguiente tabla:

SE = Sin estudios, O = Estudios Obligatorios, B= Bachillerato o F.P., U = Universitarios  
I = Insuficiente, A= Aprobado, N= Notable, S= Sobresaliente

		<b>NIVEL ACADÉMICO</b>			
<b>C A L I F I C.</b>		<b>SE</b>	<b>O</b>	<b>B</b>	<b>U</b>
	<b>I</b>	50	20	20	10
	<b>A</b>	10	10	60	20
	<b>N</b>	0	10	70	20
	<b>S</b>	0	0	50	50

**Cuestiones:**

1. ¿Qué nivel de medida se utiliza?
  2. Calcular el coeficiente máximo que podríamos obtener ( $C_{\text{máx}}$ ).



#### 4. Otros coeficientes de correlación relacionados con el $r$ de Pearson:

4

5 4.1. Correlación biserial ( $r_b$ ): variable continua y dicotomizada.

##### Problema 24:

Se desea comprobar cuál es la correlación entre el *nivel de vocabulario*, evaluado mediante una prueba estandarizada, y el *nivel socioeconómico* de las familias de los alumnos que dividimos en dos categorías: nivel socioeconómico alto (A) y bajo (B).

<i>Vocabulario</i>	<i>Nivel socioeconómico</i>		Frecuencia Total
	Frec. A ( $p$ )	Frec. B ( $q$ )	
16 - 18	6	1	7
13 - 15	5	3	8
10 - 12	4	6	10
7 - 9	3	5	8
4 - 6	2	5	7
n =	20	20	40

4.2. Correlación biserial puntual ( $r_{bp}$ ): Variable cuantitativa y dicotómica.

##### Problema 25:



Averiguar la correlación entre el nivel de comprensión lectora y el sexo en el alumnado de educación secundaria obligatoria.

<i>Comprensión n lectora</i>	<i>Sexo</i>		<i>Frecuencia total</i>
	Masculino	Femenino	
19 - 21	4	4	8
16 - 18	7	9	16
13 - 15	14	16	30
10 - 12	9	9	18
7 - 9	6	7	13
n =	40	45	85

#### 4.3. Correlación tetracórica ( $r_t$ ): variables cuantitativas dicotomizadas.

##### Problema 26:

Utilizando el coeficiente de correlación tetracórica, calcular la correlación entre el rendimiento académico general (RG) y las calificaciones obtenidas en Ciencias Sociales (CS) en el siguiente grupo de 14 alumnos. (El criterio de dicotomización será la mediana de cada una de las variables)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
RG	3	3	4	4	5	5	5	6	7	7	8	8	9	9
CS	2	4	3	3	4	5	6	6	6	5	7	9	9	9

**R.G.**

		--	+
	A	B	
+	C	D	
		-	
C.S.			
		-	

#### 4.4. Correlación phi ( $\phi$ ): Variables dicotómicas.

##### Problema 27:

Calcular la correlación entre el sexo y la respuesta al ítem de una prueba.

		SEXO	
		Masculino	Femenino
RESPUESTA	Acierto	A 20	B 18
	Error	C 11	D 10

## V. APLICACIONES DE LA CURVA NORMAL DE PROBABILIDADES

### 1. Determinar la probabilidad o porcentaje de casos superior e inferior.

##### Problema 28:

Un grupo de 120 alumnos ha obtenido, en una prueba de razonamiento matemático, una media de 6,4 puntos y una desviación típica de 1,25. El alumno A alcanza una puntuación de 7,5. Suponiendo que se cumple la condición de normalidad de la distribución, responda a las siguientes cuestiones:

1. ¿Qué porcentaje de alumnos se sitúa por encima y por debajo de A?
2. ¿Cuántos alumnos se encuentran por encima y por debajo de A?
3. Realizar la representación gráfica.

Cálculos

Representación gráfica

1.	3.
2.	

## 2. Determinar la probabilidad de casos comprendidos entre dos valores.

### Problema 29:

A un grupo de 360 alumnos se le ha aplicado una prueba de conocimientos en Ciencias Sociales obteniéndose una puntuación media de 50 puntos y una desviación típica de 10 puntos.

### Cuestiones:

1. ¿Qué porcentaje de alumnos se encuentra entre los alumnos A y B que han obtenido 30 y 40 puntos respectivamente? ¿A cuántos alumnos corresponde dicho porcentaje?
2. ¿Cuántos alumnos se encuentran entre C y D cuyas puntuaciones fueron 65 y 80?
3. ¿Cuántos alumnos se encuentran entre E y F cuyas puntuaciones fueron 35 y 60?
4. Representar gráficamente los tres supuestos anteriores.

Cálculos	4. Representaciones gráficas
1.	
2.	
3.	

### 3. Dividir un grupo con el mismo porcentaje de casos.

#### Problema 30:

Un grupo de 120 alumnos de un colegio va a ser dividido en 5 grupos, cada uno de ellos con el mismo porcentaje de casos. Para ello se construye una prueba y se obtiene una media de 24 puntos y una desviación típica de 8. Se admite la condición de normalidad de la distribución.

#### Cuestiones:

1. ¿Cuáles son las puntuaciones de la prueba que delimitarán tales subgrupos?
2. Representar gráficamente.

### Cálculos

### Representación gráfica

#### 4. Dividir un grupo en subgrupos con la misma amplitud en $z$

##### Problema 31:

Se desea dividir en 4 grupos un conjunto de 280 alumnos en función de su aptitud en cálculo y para ello se construye una prueba específica. Se pretende que haya más alumnos en los grupos medios y menos en los extremos de acuerdo con la curva normal. Al aplicarla obtenemos los siguientes resultados grupales:  $\xi = 30$   $s = 6$

##### Cuestiones:

1. ¿Qué porcentaje de casos habrá en cada grupo?

- |                                                                          |
|--------------------------------------------------------------------------|
| 2. ¿Cuántos alumnos formarán cada grupo?<br>3. Representar gráficamente. |
|--------------------------------------------------------------------------|

Cálculos

Representación gráfica

**Problema-Repaso 32:**

A un grupo de 240 alumnos de universidad se aplicó una prueba de cultura general. Se obtuvo una puntuación media de 40 puntos y una desviación típica de 7. Se admite el cumplimiento de la condición de normalidad. Realice los cálculos necesarios para responder a las siguientes cuestiones y representaciones gráficas.

Cálculos	Representaciones gráficas
----------	---------------------------

1. ¿Cuántos alumnos se sitúan por encima y por debajo del alumno que obtuvo 51 puntos en la prueba?	
2. ¿Cuántos alumnos se sitúan entre dos alumnos A y B que obtuvieron 25 y 55 puntos respectivamente?	
3. ¿Cuántos alumnos se sitúan entre el C y el D que obtuvieron 50 y 60 puntos?	



# SOLUCIONARIO

## I. EXPRESIÓN NUMÉRICA DE LAS CARACTERÍSTICAS DE LOS GRUPOS

**Problema 1:**  $\xi = 5,9$   
 $Md = 5,5$   
 $Mo = 5$

**Problema 2:** *Intervalos de amplitud 7:* Inferior = 12 - 18      Superior = 40 - 46  
*Formar 7 intervalos:*      Inferior = 12 - 16      Superior = 42 - 46

**Problema 3:**  $\xi = 28,73$   
 $Md = 29$

**Problema 4:**  $AT = 6$   
 $s = 1,66$   
 $s^2 = 2,77$

**Problema 5:**  $s = 7,64$   
 $s^2 = 58,37$

**Problema 6:** *Intervalo inferior = 4 - 8*  
*Intervalo superior = 24 - 28*  
 $\xi = 16,71$   
 $Md = 17,07$   
 $s = 6,08$   
 $s^2 = 36,97$

**Problema 7:**  $\xi_A = 14,34$        $\xi_B = 12,57$   
 $Md_A = 14,45$        $Md_B = 12,39$   
 $s_A = 3,44$        $s_B = 3,95$

**Problema 8:**  $As_A = -0,096$        $As_B = 0,137$

**Problema 9:**  $Cu_A = 1,347$        $Cu_B = 0,884$

**Problema-Repaso 13:**





#### IV. RELACIÓN ENTRE DOS VARIABLES: COEFICIENTES DE CORRELACIÓN

**Problema 18:**  $r_{xy} = 0,72$  (Correlación elevada)

**Problema 19:**  $r_{xy} = 0,93$

**Problema 20:**  $r_s = 0,92$  (Nivel de medida ordinal).

**Problema 21:**  $r_s = 0,89$

**Problema 22:**  $C = 0,26$

**Problema 23:**  $C = 0,57$  (Nivel de medida nominal).  $C_{\text{máx}} = 0,87$

**Problema 24:**  $r_b = 0,47$

**Problema 25:**  $r_{bp} = - 0,007$

**Problema 26:**  $r_t = 0,90$

**Problema 27:**  $\phi = - 0,002$

#### V. APLICACIONES DE LA CURVA NORMAL DE PROBABILIDADES

**Problema 28:**

1. *Por encima* = 18,94 %. *Por debajo* = 81,06 %
2. *Por encima* = 22 alumnos. *Por debajo* = 97 alumnos.

**Problema 29:**

1. Entre A y B se encuentra el 13,59 %, que corresponde a 49 alumnos.
2. Entre C y D hay 24 alumnos.
3. Entre E y F hay 279 alumnos.

**Problema 30:** Las puntuaciones que delimitarán los subgrupos serán:  
30,72 – 26 – 22 y 17,28

**Problema 31:**

- Grupo 1° = 6,68 % (19 alumnos).
- Grupo 2° = 43,32 % (121 alumnos).
- Grupo 3° = 43,32 % (121 alumnos).
- Grupo 4° = 6,68 % (19 alumnos).

**Problema 32:**

1. 226 alumnos se sitúan por debajo y 13 por encima.
2. 232 alumnos se sitúan entre A y B.
3. 18 alumnos se sitúan entre C y D.

