

Un experimento sobre fertilizantes con doce tratamientos en cuatro bloques completos al azar. En la tabla la Y es el rendimiento de la caña de azúcar en toneladas por hectáreas y la x es el número de tallos por parcela. Y buscamos examinar el efecto de los nutrientes sobre el rendimiento de la caña

Tabla 2. Análisis de covarianza en un experimento cañero.

Trata- mientos	I		II		III		IV		Sumas	
	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X
1	107.5	319	103.6	308	84.4	319	115.6	275	412.2	1,221
2	89.2	300	102.8	307	84.5	320	108.1	302	384.5	1,229
3	102.2	280	110.0	280	76.9	299	87.5	268	376.6	1,127
4	88.1	318	105.0	315	104.7	319	120.3	311	418.1	1,263
5	121.4	308	100.3	304	111.7	315	126.1	290	459.5	1,217
6	119.4	306	111.1	310	100.8	334	119.2	296	450.5	1,246
7	110.6	316	113.6	303	114.7	284	122.2	295	461.1	1,198
8	106.4	290	120.0	306	88.9	314	130.0	299	445.3	1,209
9	114.7	315	106.9	299	114.4	310	115.8	297	451.8	1,221
10	116.4	330	129.2	315	106.4	319	136.9	317	488.9	1,281
11	96.1	302	107.8	353	106.5	310	122.8	294	433.3	1,259
12	102.5	321	114.4	307	116.4	316	126.7	302	460.0	1,246
Sumas	1274.5	3705	1324.7	3707	1211.4	3759	1431.2	3546	5241.8	14717

Se realizan los cálculos para construir la Tabla 3 de sumas de cuadrados y productos cruzados.

Tabla 3. Suma de cuadrados y de productos cruzados.

Fuente de variación	Grados de libertad	Sumas de cuadrados y de productos cruzados		
		X . X	X . Y	Y . Y
Bloques (B)	3	2,129.1	- 2,043.29	2,157.25
Tratamientos (T)	11	4,323.7	1,904.43	3,042.45
Error (E)	33	4,574.7	- 404.26	2,780.86
Total	47	11,027.5	- 543.12	7,980.56
É = T + E	44	8,898.4	1,500.17	5,823.31

Como regla general para decidir sobre el empleo de la covarianza, el investigador debiera tener la certeza de que sus covariables no están influenciadas por los tratamientos estudiados. Es común que en la práctica, para probar la significancia del efecto de los tratamientos sobre los valores de la propia covariable, se realice el análisis de varianza sobre los valores observados de la covariable. Esta manera de proceder, de acuerdo con Anderson y Bancroft (1952), no es muy adecuada, y recomiendan que los investigadores basen su técnica de análisis en un juicio riguroso de su

experimento, para bien detectar la existencia de dependencia o no de las covariables para con los tratamientos. Por tanto tendríamos los siguientes.

$$SC_{Totalxx} = 319^2 + 300^2 + \dots + 302^2 - (14717)^2/48 = 11,027.5$$

$$B_{xx} = \frac{3705^2 + \dots + 3546^2}{12} - \frac{14717^2}{48} = 2129.1$$

$$T_{xx} = \frac{1221^2 + \dots + 1246^2}{4} - \frac{14717^2}{48} = 4323.7$$

$$SC_{Totalxy} = [107.5^2 + 89.2^2 + \dots + 126.7^2] - (5241.8)^2/48 = 7,980.56$$

$$B_{yy} = \frac{1274.5^2 + \dots + 1431.2^2}{12} - \frac{5241.8^2}{48} = 2157.25$$

$$T_{yy} = \frac{412.2^2 + \dots + 460.0^2}{4} - \frac{5241.8^2}{48} = 3042.45$$

$$SP_{Totalxy} = 107.5 \times 319 + \dots + 126.7 \times 302 - (5241.8 \times 14717)/48 = -543.12$$

$$B_{xy} = \frac{1274.5 \times 3705 + \dots + 1431.2 \times 3546}{12} - \frac{5241.8 \times 14717}{48} = -2043.29$$

$$T_{xy} = \frac{412.2 \times 1221 + \dots + 460.0 \times 1246}{4} - \frac{5241.8 \times 14717}{48} = 1904.43$$

Por tanto,

$$E_{xx} = SC_{Totalxx} - B_{xx} - T_{xx}$$

$$E_{xx} = 11027.5 - 2129.1 - 4323.7 = 4574.7$$

$$E_{yy} = SC_{Total} - B_{yy} - T_{yy}$$

$$E_{yy} = 7980.56 - 2157.25 - 3042.45 = 2780.86$$

$$E_{xy} = \text{SPTotal}_{xy} - B_{xy} - T_{xy}$$

$$E_{xy} = -543.12 - (-2043.29) - 1904.43 = -404.26$$

Puesto que $\hat{\gamma}E_{xx} = E_{xy}$, se obtiene:

$$\hat{\gamma} = \frac{E_{xy}}{E_{xx}} = \frac{-404.26}{4574.7} = -0.0883686$$

$$\text{SCE} = E_{yy} - \hat{\gamma}E_{xy}$$

$$\text{SCE} = 2780.86 - (-0.0883686) \times (-404.26) = 2745.14$$

Donde:

$$S^2 = \frac{\text{SCE}}{(r-1)(t-1)-1} = \frac{2745.14}{3 \times 11 - 1} = 85.79$$

De manera similar, ya que $\hat{\gamma}'E'_{xx} = E'_{xy}$, haciendo uso de los datos en la base de la 15.2, se obtiene:

$$\hat{\gamma}' = \frac{E'_{xy}}{E'_{xx}} = \frac{1500.17}{8898.4} = 0.168589$$

$$\text{SCE}' = E'_{yy} - \hat{\gamma}'E'_{xy}$$

$$\text{SCE}' = 5823.31 - 0.168589 \times 1500.17 = 5570.40$$

Usando los resultados anteriores, la suma de cuadrados debida a tratamientos ajustados, SC(TA), es:

$$\text{SC(TA)} = \text{SCE}' - \text{SCE}$$

$$\text{SC(TA)} = 5570.40 - 2745.14$$

$$\text{SC(TA)} = 2825.26$$

Donde:

$$\text{CM}_{(\text{TA})} = \frac{\text{SC(TA)}}{t-1} = \frac{2825.26}{11} = 256.84$$

Para probar la hipótesis $H_0: r_1 = r_2 = \dots r_t$ contra la alternativa H_1 : por lo menos $r_i \neq r_j$, con $i \neq j$, la estadística de prueba, F , está dada por:

$$F = \frac{CM(TA)}{s^2} = \frac{256.84}{85.79} = 2.99$$

la cual, si H_0 es cierta, se distribuye como una F con 11 y 32 grados de libertad. Para una prueba al 1% de significancia, el valor tabulado de esta distribución es de 2.87. Puesto que el valor calculado de la F es mayor que la tabulada, se rechaza la hipótesis nula.