

## TRI SEGUNDA PARTE

La TRI realmente es mucho más difícil cuando se empieza a intentar calcular los parámetros, los valores para la población. A este proceso se le llamará calibración y es poco realista calcularlos sin un programa informático adecuado. Y en muestras muy grandes de más de 300 individuos si son más pequeños acabamos especulando posibles valores sobre los parámetros en situaciones ideales y no reales que inventó Rasch

La idea general de este proceso es que debemos buscar valores en la población ideal o parámetro y después establecer una correlación entre los valores de la muestra y la población. Calculando el índice de ajuste, si realmente la muestra se parece a la población y el índice de bondad de ajuste, que aunque se parece el nombre no es lo mismo, este índice de bondad de ajuste lo que nos dice es si las poblaciones se distribuyen de manera normal o no. Con todo esto puedo llegar a calcular los **residuos estandarizados**.

Estos residuos parten de la idea de que es difícil ajustar un modelo ideal a una situación concreta que no es exacta, no es perfecta al haber valores atípicos, hay dependencia entre las observaciones, no hay normalidad... Los residuos estandarizados se basan en la idea que la varianza de este residuo no es constante, que está muy distribuida y no es normal, por lo que es difícil ver cuando existe un residuo grande. Estos residuos estandarizados partiendo de supuestos como que la media es cero y la varianza es 1 podemos distinguir estos residuos grandes. Estos residuos estandarizados se conocen con la sigla RE, y cuanto mayor sea este residuo peor será el ajuste. Y de hecho se ajusta un nivel máximo de este RE de 1,96,

$$RE = \frac{P(\theta_j) - P_e(\theta_j)}{\sqrt{P(\theta_j)Q(\theta_j)/n_j}}$$

Donde:

$n_j$  número de sujetos en la categoría  $j$

$P(\theta_j)$  valor de la curva característica del ítem (CCI) para el nivel  $\theta_j$

$P_e(\theta_j)$  proporción de sujetos dentro de la categoría  $j$  que superan el ítem

$Q(\theta_j) = 1 - P(\theta_j)$

Veamos un ejemplo la tabla muestra los resultados de 60 escolares en un ítem de una prueba de comprensión lectora. Los resultados se han agrupado en 6 intervalos según su puntuación en la variable latente zeta. Los parámetros estimados para un modelo de tres parámetros fueron  $a = 0,5$ ,  $b = 0,6$ ,  $c = 0,1$   $D = 1,7$

$\theta$	escolares
-3- -2	1 0 0 1 0 0 1 0 0 0
-2- -1	0 1 0 1 1 0 0 0 1 0
-1- 0	1 0 1 1 0 1 0 1 0 0
0- 1	1 1 1 0 0 0 1 1 1 0
1- 2	1 1 1 1 1 0 1 1 0 0
2- 3	1 1 1 1 0 1 1 1 1 1

buscamos que ningún residuo supere los 1,96 en estos ítems. Primero debemos obtener la  $P(\theta)$  tomando como valor de la aptitud la marca de clase del intervalo, su mitad.

Estas probabilidades valdrán

0.2358302 0.2920534 0.4120219 0.6000000 0.7879781 0.9079466

Así se obtendrán los siguientes resultados de RE

-0.478 -0.751 -0.565 0.000 0.681 0.087

Y dado que ninguno supera el valor máximo de 1,96 el modelo ideal se ajusta a los datos y los parámetros serán válidos.

## CURVA CARACTERÍSTICA DEL TEST

Todos estos cálculos tan complicados se lleva a cabo por una motivación para conseguir saber cual es la aptitud de un individuo por medio de un test. Y por tanto intentar saber la puntuación de un individuo en una prueba. La curva característica del test CCT permite pasar de los valores de la aptitud a una nota.

$$PV_j = \sum_{i=1}^n P_i(\theta_j)$$

$PV_j$  representa la puntuación verdadera que corresponde a individuos con un nivel en el rasgo latente de  $\theta_j$

$n$  el número de ítems del test

$P_i(\theta_j)$  el valor de cada CCI para  $\theta = \theta_j$

$$a_1=1,2;a_2=1,7;a_3=2,2;a_4=2,7; b_1=1;b_2=1,5;b_3=2;b_4=2,5$$

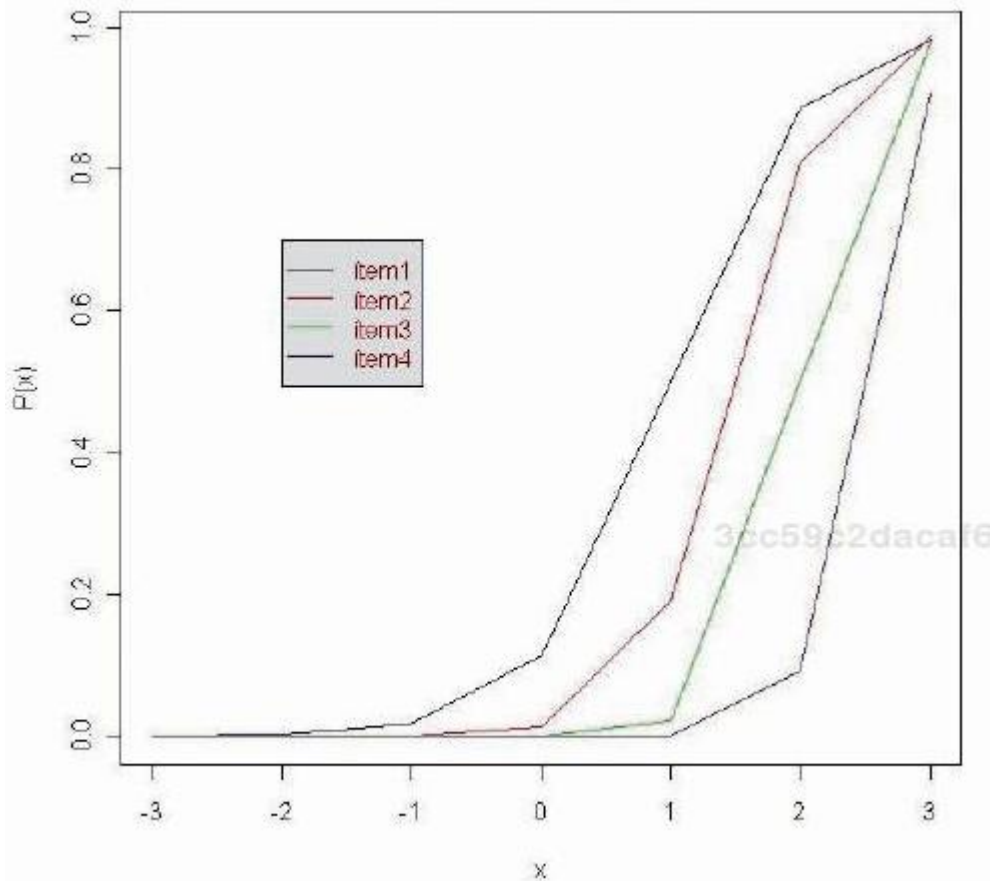
Claramente si preguntan cualquier problema lo lógico sería que nos diesen los datos:

Para abreviar los cálculos pensamos en un test compuesto por cuatro ítems que estimamos gracias a un programa estadístico y nos dan estos valores.

Se pide calcular la curva central del test y la puntuación verdadera. Se supone los siguientes valores de aptitud  $\theta = (-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3)$  Y se calcularía la probabilidad para cada ítem en cada una de las puntuaciones posibles. Claramente eso no se podría hacer manualmente en el examen te tendrían que dar una tabla donde esos valores ya esten calculados como la siguiente:

$\theta$	$P(q_i)$				$PV_j = \sum_{i=1}^n P_i(\theta_j)$ CCT
	Ítem1	Ítem2	Ítem3	Ítem4	
-3	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
-2	0,002	0,000	0,000	0,000	0,002
-1	0,017	0,001	0,000	0,000	0,018
0	0,115	0,013	0,001	0,000	0,129
1	0,500	0,191	0,023	0,001	0,715
2	0,885	0,809	0,500	0,092	2,286
3	0,983	0,987	0,977	0,908	3,855

Si yo quisiese conocer la puntuación verdadera de un individuo, miraría en cada ítem que valor aptitud a obtenido y la sumaría para saber su puntuación. La CCT sería la siguiente



La CCT es la relación existente entre la puntuación verdadera y la escala de aptitud, y conociendo la aptitud podremos calcular las puntuaciones verdaderas para ese nivel.

En los test de evaluación criterial, donde yo fijo unos niveles previos de evaluación. Para medir las aptitudes también fijaré unos estándares con la proporción de aciertos para un nivel de aptitud

### **FUNCIONES DE INFORMACIÓN**

A la hora de calcular una aptitud por supuesto se cometerá un error de medida ( $e$ ) que es la aptitud verdadera menos la aptitud del test y que como las fiabilidades que vimos en el TCT también dependerán de la varianza del error de medida y se expresará de esta forma si la probabilidad se calcula con un único parámetro:

$$I(\theta) = \frac{1}{\text{var}(\hat{\theta} / \theta)}$$

$$I_i(\theta) = D^2 P_i(\theta) Q_i(\theta)$$

Donde:

$I_i(\theta)$  cantidad de información del ítem i en el nivel  $\theta$

D constante de escala: 1,7

$P_i(\theta)$  probabilidad de acierto en el ítem i

$Q_i(\theta) = 1 - P_i(\theta)$

Si se calcula con dos parámetros

$$I_i(\theta) = D^2 a_i^2 P_i(\theta) Q_i(\theta)$$

donde  $a_i$  es el índice de discriminación

En el modelo de tres parámetros será:

$$I_i(\theta) = \frac{D^2 a_i^2 Q_i(\theta) [P_i(\theta) - c_i]^2}{P_i(\theta)(1 - c_i)^2}$$

donde  $c_i$  representa el índice de pseudoazar.

Ejemplo:

En un modelo de tres parámetros, de un ítem se estimaron los parámetros obtenidos con los siguientes valores.  $A=0,7$ ,  $b=1$ ,  $c=0,3$ . Para una aptitud de 1. ¿Qué cantidad de información aporta este ítem a la medición?

Según esta fórmula

$$I_i(\theta) = \frac{D^2 a_i^2 Q_i(\theta) [P_i(\theta) - c_i]^2}{P_i(\theta)(1 - c_i)^2}$$

dando como resultado 0,19 para un valor de la aptitud 1.

Otro ejemplo:

Un determinado ítem de un test se ajusta a un modelo logístico de tres parámetros donde  $a=1,2$ ,  $b=1$ , y  $c=0,3$ . ¿cuál es el valor de la aptitud zero que aporta más información a la medición realizada con el ítem? Y calcula la información aportada por esa aptitud zero.

Utilizaré la función para lograr la aptitud máxima con tres parámetros

$$\theta = b + (1/Da) \left\{ \ln \left[ 1/2 + (1/2) \sqrt{(1+8c)} \right] \right\},$$

$$\theta = 1 + (1/1,7 * 1,2) \left\{ \ln \left[ 1/2 + (1/2) \sqrt{(1+8 * 0,3)} \right] \right\} = 1,172565$$

$I(\theta) = [D^2 a^2 / 8(1 - c)^2][1 - 20c - 8c^2 + (1 + 8c)^{3/2}]$ , luego sustituyendo

$$I(\theta) = [1,7^2 * 1,2^2 / 8(1 - 0,3)^3][1 - 20 * 0,3 - 8 * 0,3^2 + (1 + 8 * 0,3)^{3/2}] = 22,59154$$

### Aplicación de la TRI

#### EL BANCO DE ITEMS:

Una de las técnicas más habituales para trabajar con los ítems de rasgos latentes es la creación de lo que se conoce como bancos de ítems, donde se guardan un conjunto de ítems que se sabe ya cuál es su medida. Cada uno de estos ítems debe ser unidimensional, solo tratar un factor concreto.

#### EQUIPARACIÓN DE PUNTUACIONES

Trata de establecer una relación entre las notas de los tests que miden una variable y la fiabilidad de esta. Para que sea más fácil medir las puntuaciones se crean equivalencias en los tests, por medio de introducir en estos preguntas que se llaman anclajes, que ya se conoce su valor, así valoraremos el resto del test y sus puntuaciones tomando como referencia los valores obtenidos en el ítem anclaje que ya se sabe cuánto vale.

#### FUNCIONAMIENTO DIFERENCIAL DE LOS ITEMS.

Un punto que ha complicado la vida a los investigadores, es si existe un comportamiento diferente de un ítem dependiendo de la muestra, vamos que un ítem se valore de manera diferente dependiendo de la muestra o que mida aptitudes diferentes. Como se sabe que esto es posible, el investigador debe saber si dependiendo de las dos muestras o más con las que trabajemos están aportando una valoración diferente. Así una vez obtenidos los resultados para saber si hay diferencias realizamos las gráficas y compararlas. Aunque esto mismo se puede realizar por medio de cálculos complejos, como el cálculo de diferencias de probabilidades correspondientes a ambas curvas y que vimos antes.

#### TEST ADAPTATIVOS

Los tests adaptativos informatizados o TAI recogen la información utilizando un ordenador