EL TRI

La Teoría de respuesta al ítem (TRI) busca solucionar el problema de medir variables latentes, esas variables que no se pueden observar directamente, y que se miden gracias a los ítems. De hay su nombre. En la TCT que vimos antes las variables se miden a trabes de la suma de todos los ítems , pero con los rasgos latentes, cada ítem mide una variable y por lo tanto se centran solo en el ítem. Aunque por lo demás la TCT y el TRI trabajan igual intentando medir vaiables de naturaleza psicológica o pedagógica.

Cada individuo lleva asociado un parámetro (información importante) individual y que en el TRI se llaa aptitud y se representa con la letra griega Θ (zeta) que si estuviésemos todavía trabajando en el TCT sería llamado puntuación verdadera.

La diferencia fundamental entre la TCT y el TRI sería es que en la TCT la relación entre el valor esperado y el rasgo es lineal . una ecuación de primer grado simple, mientras que en el TRI la relación son funciones de segundo, tercer …grado.

Así la TCT se define por una muestra y es difícil comparar individuos de diferentes muestras. En el TRI, donde la valoración del TRI que hace de los individuos es individual , no dependiente de la muestra, no se valora de manera criterial. Sino que se compara al individuo consigo mismo y no tomando un grupo de referencia.

3.1. SUPUESTOS.

El TRI generalmente tiene dos supuestos básicos, la unidimensionalidad e indepedencia local.

La unidimensionalidad donde cada ítem responderá a un rasgo latente determinado.

La independencia local es la probabilidad de responder correctamente a un ítem .

A la hora de la verdad lo único que podemos comprobar directamente es la unidimensionalidad ya que están interrelacionados ambas características.

3.2. MODELOS

El TRI se basa en :

- Las respuestas de una persona en un ítem lo explica un rasgo latente o aptitud.
- La relación existente entre la respuesta al itam y el rasgo latente se relaciona con una función monótona creciente (una ecuación que crece siguiendo una constante) . Cuanto mayor es la cantidad de rasgo latente, mas posibilidad hay de tener una respuesta correcta .
- Si hay varios ítems que miden la misma aptitud se debería tener la misma respuesta

Hay muchos modelos diferentes para trabajar la aptitud, el que utilizaremos es el modelo de Rasch para un solo parámetro . Entendiendo como parámetro un cálculo de la TCT que nos informa sobre una característica del ítem. Sería para este modelo de Rach de un solo parámetro el índice de dificultad. .

La expresión matemática es:

$$P(\theta) = \frac{e^{D(\theta - b)}}{1 + e^{D(\theta - b)}}$$

Donde:

- $P(\theta)$: Probabilidad de acertar el ítem.
- θ : Nivel de habilidad del sujeto.
- b : Indice de dificultad del ítem.
- e : Base de los logaritmos neperianos (2.718)
- D : Constante (D = 1.7)

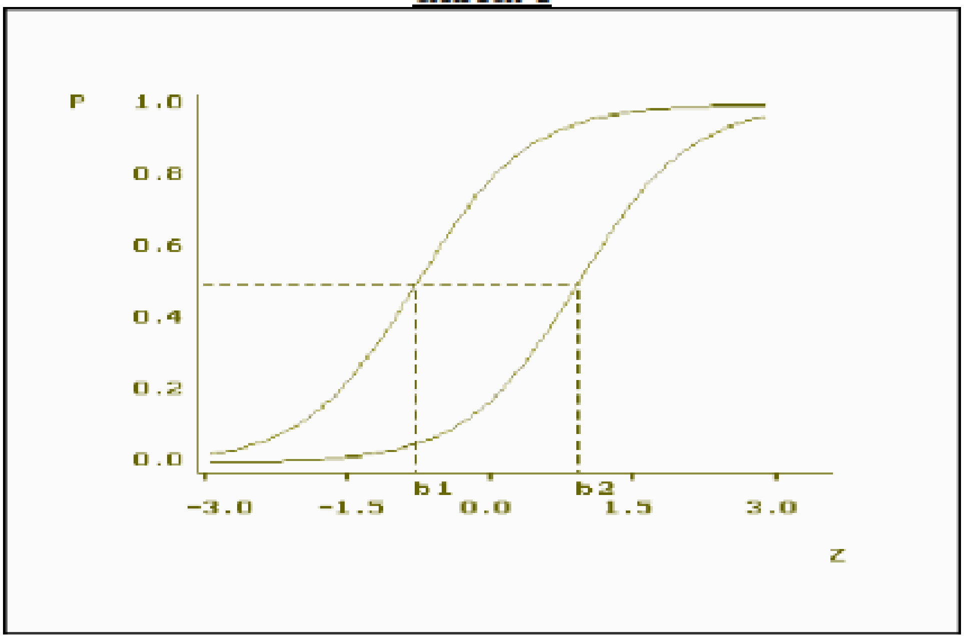
El nivel de habilidad del sujeto o aptitud que es la zeta, esta habilidad puede definirse con cualquier tipo de escales de 0-100 o de 0-10. Pero en la práctica, suele utilizarse en una escala con media cero, varianza 1 y un rango de valores que van de -3,00 y 3,00. El índice de dificultad se representa con la letra b. El valor del índice de dificultad cuanto mayor sea mayor será la dificultad de tener la aptitud que se considera correcta.

Hay un caso excepcional donde el índice de dificultad coincide con el valor de la aptitud en esta ocasión la probabilidad de acertar la aptitud será igual a 0,5 , lo que corresponde a tener una posibilidad de acertar en un 50%.

(esto es debido a que realmente nosotros no estamos trabajando con preguntas que tenga una respuesta correcta , ¿cuál es la respuesta correcta ante el dolor?, pero consideramos que el valor de la media del grupo en esa aptitud es lo normal y por tanto lo correcto.)

Veamos un ejemplo en la grafica inferior primero veamos el item 1, el valor de zeta que corresponde a una probabilidad de 0,5 es -0,75 por lo tanto el indice de dificultad b será -0,75 en la grafica se ve bien buscas la probabilidad 0.5 y buscas su correspondiente valor de zeta que es este -0,75.

GRÁFICA 2



Comprobemos este hecho por medio de la fórmula calculemos la probabilidad de acertar el item con una aptitud de 3 donde el indice de dificultad es de -0,75 , y d es la constante 1,7

$$P(-0{,}75) = \frac{e^{1{,}7(-0{,}75 - -0{,}75)}}{1 + e^{1{,}7(-0{,}75 + 0{,}75)}}$$

Aquí podemos ver como se cumple , que la probabilidad para una aptitud de -0,75, y un índice de dificultad del mismo valor observamos tras hacer la prueba que nos ofrecerá una probabilidad de 0,5.

Si mi índice de dificultad fuese mayor la probabilidad seria menor y por contra cuando la aptitud fuese mayor mi probabilidad sería mayor.

Ahora veamos el último ejemplo cual sería la probabilidad con la misma aptitud de -0,75 pero esta vez con un índice de dificultad de 1

Como lo demás son constantes nos resultará un gran problema.

$$P_{(-0,75)} = \frac{e^{1.7(-0,75-1)}}{1+e^{1.7(-0,75-1)}}$$

Siguiendo esta formula veremos que para una aptitud de .0,75, y un índice de dificultad de 1, en este caso la probabilidad que surgirá es de0,048.

MODELO PARA DOS PARÁMETROS

Este modelo lo invento Lord en 1968 y hoy en día no es usado por su complejidad matemática y se modifico para facilitar su utilización y que vamos a ver aquí.

MODELO PARA DOS PARÁMETROS

Este modelo lo invento Lord en 1968 y hoy en dia no es usado por su complejidad matemática y se modifico para facilitar su utilización y que vamos a ver aquí.

$$P_{i(\theta)} = \frac{e^{Da(\theta - b)}}{1 + e^{Da(\theta - b)}} \qquad i = 1,2,3,\ldots n$$

Aquí b sigue siendo el índice de dificultad , D es la constante 1,7, pero aquí debemos introducir el índice de discriminación que se representa por la letra a y que se considerará la pendiente de la aptitud, vamos que será considerada la relación existente entre la probabilidad y la aptitud. No se si os acordáis de las pendientes de las que os hable en el tema 1 en la función que representa la relación de una variable normal la Y= ax+b pues vamos que la a sigue siendo la pendiente lo único que aquí corresponde al índice de discriminación, que indica si un ítem diferencia bien si una persona conoce la respuesta correcta y el ítem lo demuestra al acertarlo.

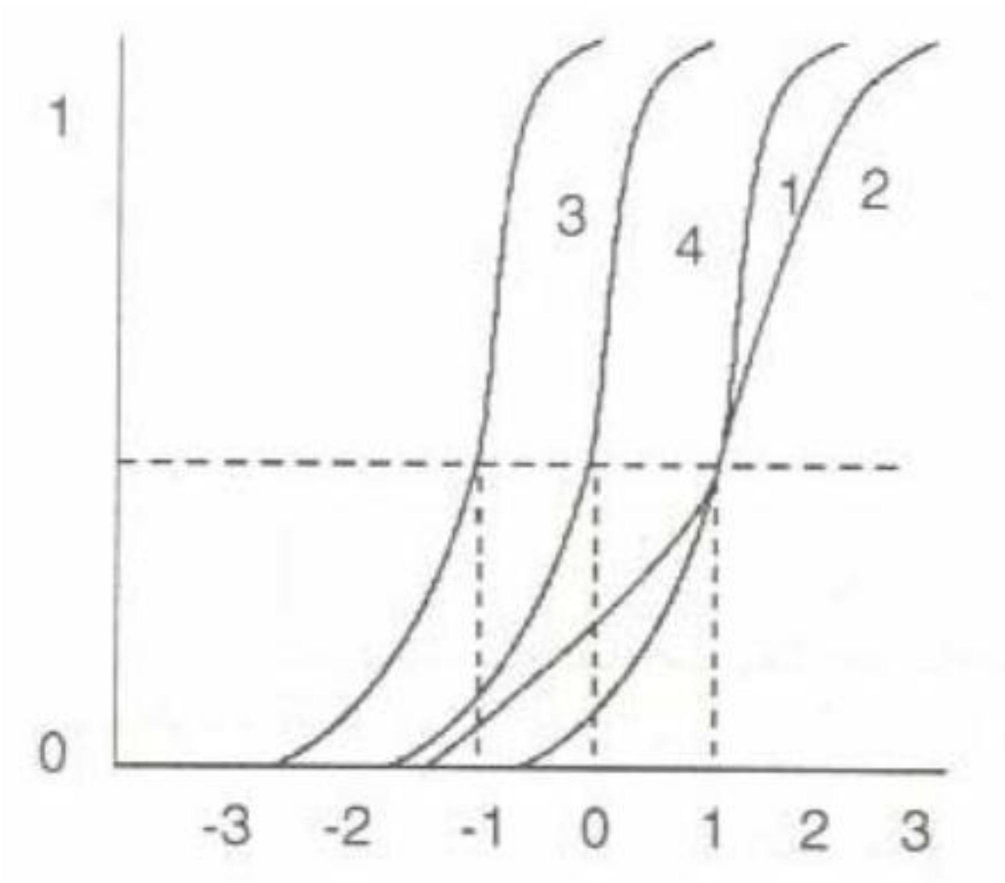
Aquí tenemos cuatro ítems con sus características y lo vemos representado en su correspondiente gráfica.

Item 1; b = 1 a = 1

Item 2; b = 1 a = 0,5

Item 3 ; b = -1 a = 1,5

Item 4; b = 0 a = 1,2



Este modelo no es igual que el de Rasch que seguía la teoría de la campana de gauss y por tanto las líneas eran paralelas , en este caso como se ha modificado para facilitar el calculo y que se parezca al anterior lo que ocurre es que se pueden cruzar. Lo habitual es que los parámetros a y b sean estimados o sea calculados previamente, antes de calcular la probabilidad de la zeta, aptitud.

Un ejemplo

Queremos saber la probabilidad de una aptitud en el ítem 55 que tiene un índice de discriminación de 1,8 y un índice de dificultad de 1. ¿cuál seria la probabilidad del ítem en los valores de aptitud = -3, -2,-1, 1, 2,3?

Aplicando la ecuación anterior para una aptitud de -3 la probabilidad será de 0,9978 habiendo colocado los valores así

Si repetimos esta operación para los distintos puntos de la aptitud que nos han dado podemos obtener los siguientes resultados

$$P_{i(\theta)} = \frac{e^{1,7x1,8(3-1)}}{1+e^{1,7x1,8(3-1)}} = \frac{e^{6,12}}{1+e^{6,12}}$$

$$+3 = 0,9978$$

$$+2 = 0,9950$$

$$+1 = 0,500$$

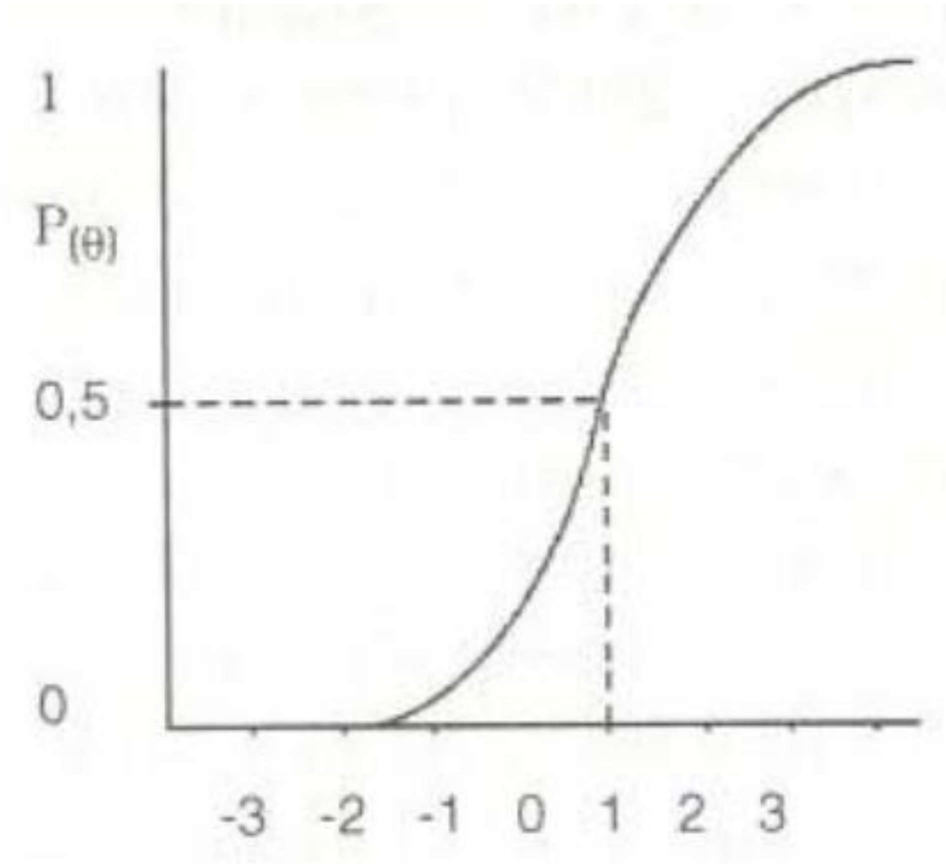
$$0 = 0,0450$$

$$-1 = 0,0020$$

$$-2 = 0,0000$$

$$-3 = 0,0000$$

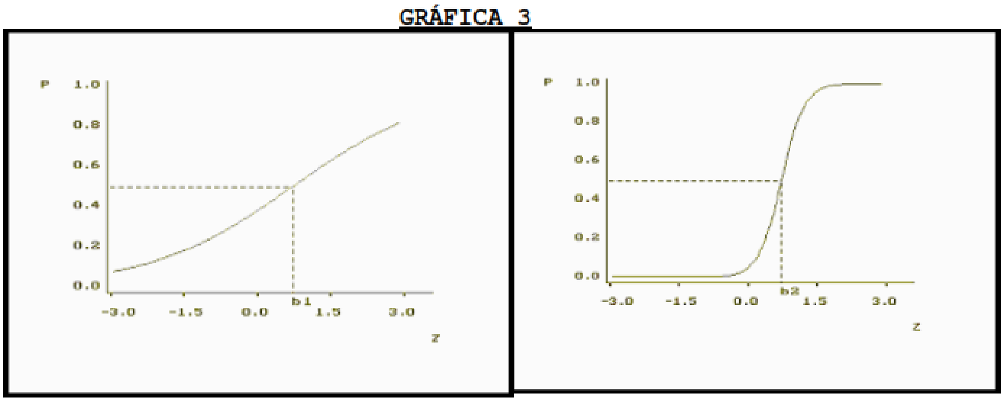
Que representados gráficamente se mostrarán así:



Los valores de a como son el índice de discriminación oscilan entre 0,3 y 2,5, en estas graficas podemos ver como el índice discriminativo afecta a la probabilidad de lograr la aptitud, ya que ambas graficas representarán modelos con la misma dificultad , lo único diferente es que el ítem dos la discriminación es mayor de 2,4 mientras el ítem uno es solo de 0,4. Como la pendiente es muy alta las personas que tienen una aptitud mayor de 0,75 lo acertaran pero si su aptitud es menor de 0.75 lo fallarán . Por lo tanto este ítem nos discriminará entre las personas con una aptitud mayor o menor de 0.75.

El ítem uno por su parte tiene muy poca pendiente por lo tanto las personas con una aptitud mayor de 0.75 lo acertarán o lo fallarán . La probabilidad de acertarlo crece muy suavemente por lo que no es buen discriminador.

GRÁFICA 3



3. MODELO DE TRES PARÁMETROS

Este modelo se le añade un tercer parámetro el c, que es la probabilidad de acertar el ítem al azar o sea la probabilidad de acertar el ítem sin tener nada de aptitud.

La fórmula es

$$P(\theta) = c + \frac{(1-c)e^{Da(\theta-b)}}{1+e^{Da(\theta-b)}}$$

Así por ejemplo . Si tenemos un modelo TRI de tres parámetros y queremos saber la probabilidad de acertar un ítem para sujetos con una aptitud de tres, la máxima, sabiendo que la probabilidad de acertar por efecto del azar es de 0.3 , su índice de dificultad es de 0.6 y su índice de discriminación es de 1,3. Donde la constante D será 1.

$$P(3) = 0,3 + (1-0,3)\frac{e^{1*1,3*(3-0,6)}}{1+e^{1*1,3*(3-0,6)}} = 0,9703$$

Estos modelos sirven para test en los que una respuesta correcta es 1 y la incorrecta es 0.

La TRI realmente es mucho más difícil cuando se empieza a intentar calcular los parámetros, los valores para la población. A este proceso se le llamará calibración y es poco realista calcularlos sin un programa informático adecuado. Y en muestras muy grades de más de 300 individuos si son más pequeños acabamos especulando posibles valores sobre los parámetros en situaciones ideales y no reales que inventó Rasch

La idea general de este proceso es que debemos buscar valores en la población ideal o parámetro y después establecer una correlación entre los valores de la muestra y la población . Calculando el índice de ajuste ,si realmente la muestra se parece a la población y el índice de bondad de ajuste ,que aunque se parece el nombre no es lo mismo, este índice de bondad de ajuste lo que nos dice es si las poblaciones se distribuyen de manera normal o no. Con todo esto puedo llegar a calcular los **residuos estandarizados .**

Estos residuos parten de la idea de que es difícil ajustar un modelo ideal a una situación concreta que no es exacta, no es perfecta al haber valores atípicos, hay dependencia entre las observaciones, no hay normalidad... Los residuos estandarizados se basan en la idea que la varianza de este residuo no es constante, que esta muy distribuida y no es normal , por lo que es difícil ver cuando existe un residuo grande. Estos residuos estandarizados partiendo de supuestos como que la media es cero y la varianza es 1 podemos distinguir estos residuos grandes. Estos residuos estandarizados se conocerán con la sigla RE, y cuanto mayor sea este residuo peor será el ajuste . Y de hecho se ajusta un nivel máximo de este RE de 1,96,

$$RE = \frac{P(\theta_j) - P_e(\theta_j)}{\sqrt{P(\theta_j)Q(\theta_j)/n_j}}$$

Donde:

n_j número de sujetos en la categoría j

$P(\theta_j)$ valor de la curva característica del ítem (CCI) para el nivel θ_j

$P_e(\theta_j)$ proporción de sujetos dentro de la categoría j que superan el ítem

$Q(\theta_j) = 1 - P(\theta_j)$

Veamos un ejemplo la tabla muestra los resultados de 60 escolares en un ítem de una prueba de comprensión lectora. Los resultados se han agrupado en 6 intervalos según su puntuación en la variable latente zeta. Los parámetros estimados para un modelo de tres parámetros fueron a= 0,5, b= 0.6 , c= 0,1 D= 1,7

θ	escolares
-3- -2	1 0 0 1 0 0 1 0 0 0
-2- -1	0 1 0 1 1 0 0 0 1 0
-1- 0	1 0 1 1 0 1 0 1 0 0
0- 1	1 1 1 0 0 0 1 1 1 0
1- 2	1 1 1 1 1 0 1 1 0 0
2- 3	1 1 1 1 0 1 1 1 1 1

buscamos que ningún residuo supere los 1,96 en estos ítems. Primero debemos obtener la P (θ) tomando como valor de la aptitud la marca de clase del intervalo, su mitad.

Estas probabilidades valdrán

0.2358302 0.2920534 0.4120219 0.6000000 0.7879781 0.9079466

Así se obtendrán los siguientes resultados de RE

-0.478 -0.751 -0.565 0.000 0.681 0.087

Y dado que ninguno supera el valor máximo de 1,96 el modelo ideal se ajusta a los datos y los parámetros serán válidos.